

Versuchsanleitung

# Optische Kohärenztomographie

Karlsruher Institut für Technologie

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Michelson-Interferometer</b>	<b>4</b>
2.1	Aufbau eines Michelson-Interferometers . . . . .	4
2.2	Interferenz beim Laser-Michelson-Interferometer . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Veranschaulichung von zeitlicher Kohärenz</b>	<b>7</b>
3.1	Vorbemerkung zur Kohärenz . . . . .	7
3.2	Zeitliche Kohärenz beim Weißlicht-Michelson-Interferometer . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Optische Kohärenztomographie</b>	<b>11</b>
4.1	Aufbau und Funktionsweise des optischen Kohärenztomographen . . . . .	11
4.2	Bildgebungsverfahren . . . . .	13
4.2.1	Aufnahme von Interferogrammen . . . . .	13
4.2.2	4-Bild-Verfahren . . . . .	14
4.3	Der Einfluss des Probenmediums auf eine Messung . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Theoretische Zusammenhänge von Kohärenz und Interferenz</b>	<b>17</b>
5.1	Interferenz im Michelson-Interferometer . . . . .	17
5.2	Die Autokorrelationsfunktion . . . . .	18
5.3	Kohärenz im Michelson-Interferometer . . . . .	19
5.4	Das Wiener-Khintchin-Theorem . . . . .	21

# 1 Einleitung

Die optische Kohärenztomographie (engl. optical coherence tomography, kurz: OCT) ist ein bildgebendes Verfahren, bei dem Grenzflächen im Volumen einer Probe vermessen werden und so ein dreidimensionales Bild der betrachteten Struktur ergeben. Sie findet seit ihrer Entwicklung in den frühen 1990er Jahren beispielsweise in der Augenheilkunde ihre Anwendung und bietet dabei die Möglichkeit, berührungslos Aufnahmen der Netzhaut durchzuführen (s. Abb. 1).

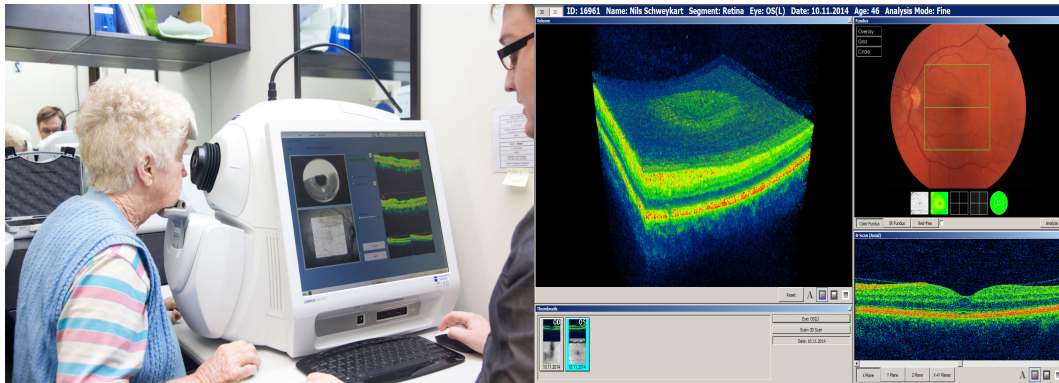


Abbildung 1: links: optischer Kohärenztomograph in Augenheilkunde, rechts: OCT-Aufnahme

Im Wesentlichen wird bei dem hier verwendeten optischen Kohärenztomographen ein Weißlicht-Michelson-Interferometer mit einem Mikroskop kombiniert. Einer der Spiegel im Interferometer wird durch eine Probe ersetzt, welche reflektierende Grenzflächen im Inneren besitzt. Die große spektrale Breite der Weißlichtquelle bringt eine kleine Kohärenzlänge  $l_c$  des Lichts in der Größenordnung von einigen  $\mu\text{m}$  mit sich. Bei Beleuchtung mit weißem Licht wird ein Interferenzmuster sichtbar, wenn sich der Abstand von einer der Probengrenzflächen zum Strahlteiler höchstens um  $\frac{l_c}{2}$  vom Abstand des Referenzspiegels zum Strahlteiler unterscheidet. Wird die Probe in axialer Richtung bewegt, können diese Interferenzinformationen mit einem Mikroskop vergrößert und schließlich von einer Kamera aufgenommen werden. Eine geeignete Nachbearbeitung ermöglicht es, aus den aufgenommenen Messdaten ein dreidimensionales Bild der Probe mit ihren Tiefeninformationen zu rekonstruieren.

## 2 Michelson-Interferometer

Der wichtigste Bestandteil des optischen Kohärenztomographen ist das Michelson-Interferometer. Daher wird im Folgenden der Aufbau des Michelson-Interferometers beschrieben und anschließend die Auswirkungen verschiedener Lichtquellen auf das Interferenzmuster untersucht.

### 2.1 Aufbau eines Michelson-Interferometers

Grundsätzlich besteht ein Michelson-Interferometer aus zwei Spiegeln und einem Strahlteiler (vgl. Abb. 2). Das Licht einer beliebigen Lichtquelle trifft im Michelson-Interferometer auf den Strahlteiler, wodurch es zu gleichen Teilen aufgeteilt wird und in beiden Interferometerarmen jeweils auf einen Spiegel trifft. Nach der Reflexion an den Spiegeln wird das Licht im Strahlteiler wieder zusammengeführt und interferiert. Ein Teil des Lichts bewegt sich durch den Strahlteiler ausgang auf einen Schirm zu, wo nun ein Interferenzmuster sichtbar werden kann. Die Aufbauskitze eines Michelson-Interferometers ist in Abbildung 2 zu sehen.

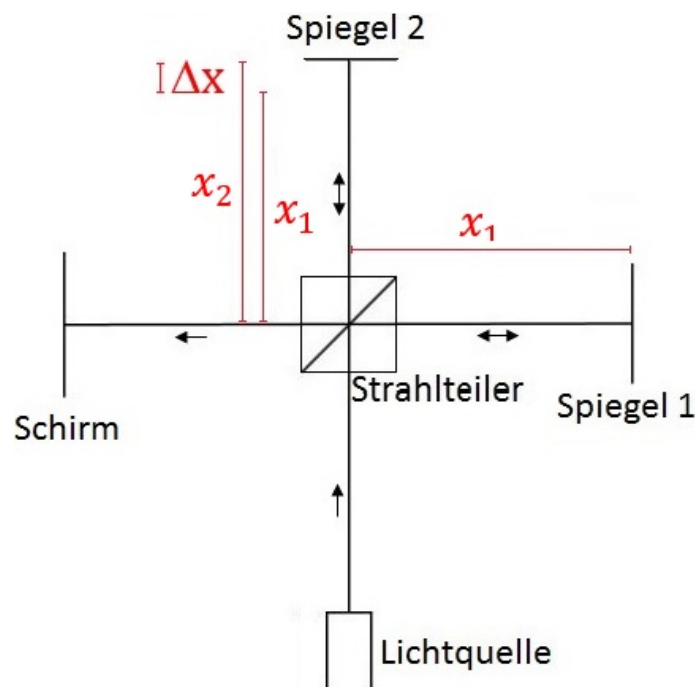


Abbildung 2: Aufbauskitze eines Michelson-Interferometers

### 2.2 Interferenz beim Laser-Michelson-Interferometer

Zu Beginn wird für das Michelson-Interferometer eine Lichtquelle gewählt, die im Rahmen des Aufbaus nahezu kohärentes Licht emittiert. Diese Voraussetzung wird am ehesten von einem Laser erfüllt. Das emittierte Licht des Lasers kann in guter Näherung durch eine reelle ebene zeitharmonische Welle beschrieben werden. Die elektrische Feldstärke  $E_{Ein}(x, t)$  einer solchen Welle hat die Form

$$E_{Ein}(x, t) = E_0 \cdot \cos(kx - \omega t). \quad (1)$$

Die ebene Welle trifft nun auf den Strahlteiler und wird dort aufgeteilt. Der Armlängenunterschied der Interferometerarme wird als  $\Delta x = |x_1 - x_2|$  bezeichnet, wobei  $x_1$  die Strecke im ersten und  $x_2$  die Strecke im zweiten Arm darstellt (vgl. Abb. 2). Da die Interferometerarme von den ebenen

Wellen zweimal durchlaufen werden, beträgt der Gangunterschied beim Zusammentreffen der Wellenpakete im Strahlteiler  $\delta = 2 \cdot \Delta x$ , was zu einer Phasendifferenz  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$ , bzw. zu einer Laufzeitdifferenz  $\tau = \frac{\delta}{c}$  führt. Die elektrische Feldstärke  $E_{Aus}(x, t)$  der ebenen Welle, die sich durch Interferenz des Lichts aus beiden Armen ergibt, hat nun die Form

$$\begin{aligned} E_{Aus}(x, t) &= \frac{1}{2}(E_1(x, t) + E_2(x, t)) \\ &= \frac{1}{2}E_0 \cdot [\cos(kx - \omega t) + \cos(kx - \omega t + \Delta\varphi)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Dies lässt sich mithilfe geeigneter Additionstheoreme schreiben als:

$$E_{Aus} = E_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(kx - \omega t + \frac{\Delta\varphi}{2}\right). \quad (3)$$

Dabei bezeichnet  $E_1(x, t)$  die elektrische Feldstärke des Lichts im ersten Arm und  $E_2(x, t)$  die elektrische Feldstärke des Lichts im zweiten Arm. Die Intensität des Lichts am Ausgang des Michelson-Interferometers ist proportional zum Amplitudenquadrat der resultierenden Welle. Damit ergibt sich für die Intensitätsverteilung des Lichts am Schirm die Proportionalität

$$I \propto I_0 \cdot \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)^2 = I_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot \delta\right)^2. \quad (4)$$

Entsprechend findet konstruktive Interferenz statt, wenn der Gangunterschied der Teilwellen  $\delta$  genau einem Vielfachen der Wellenlänge  $\lambda$  entspricht:

$$\delta = 2 \cdot \Delta x = n \cdot \lambda, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (5)$$

Für ein Intensitätsminimum auf dem Schirm muss der Gangunterschied ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge des Lichts sein:

$$\delta = 2 \cdot \Delta x = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (6)$$

Auch wenn die Bedingungen für konstruktive und destruktive Interferenz bekannt sind, so kann das Interferenzmuster, anders als beim Doppelspalt, bei einem Michelson-Interferometer nicht einfach auf einem Schirm dargestellt werden. Auf dem Schirm wäre für den Fall von konstruktiver Interferenz ein heller Laserspot zu sehen, während der gleiche Bereich des Schirms im Falle destruktiver Interferenz dunkel bleiben würde. Wird jedoch einer der beiden Spiegel verschoben, so können Helligkeitswerte in Abhängigkeit des entstehenden Gangunterschieds  $\delta$ , zum Beispiel mithilfe einer Photodiode, registriert werden. Der Verlauf des Interferenzmusters kann anschließend in Abhängigkeit des Gangunterschieds  $\delta$  bzw. der Laufzeitdifferenz  $\tau = \frac{\delta}{c}$  aufgetragen werden.

Alternativ kann auch eine Aufweitungslinse direkt vor die Lichtquelle gestellt werden. Dies führt dazu, dass sich die Strahlen divergent ausbreiten und ein ringförmiges Interferenzmuster auf einem Schirm ergeben (s. Abb. 3, links). Dabei wird das Interferenzmuster, ausgehend vom Zentrum, in Abhängigkeit des Aufweitungswinkels  $\alpha$  dargestellt. Rechts in Abbildung 3 sind die Strahlenverläufe für zwei beispielhafte Winkel zu sehen. Mit steigendem Aufweitungswinkel  $\alpha$  wird die Laufzeitdifferenz  $\tau$  größer. Das Zentrum des Interferenzmusters ergibt sich für den Winkel  $\alpha = 0$ , wo sich die kleinste Laufzeitdifferenz  $\tau_{Min}$  einstellt. Es gilt  $\tau_{Min} = 0$  genau dann, wenn beide Spiegel den gleichen Abstand zum Strahlteiler einnehmen. Der Verlauf des

Interferenzmusters ist also auch bei Verwendung einer Aufweitungslinse in Abhängigkeit einer Laufzeitdifferenz  $\tau$  dargestellt.

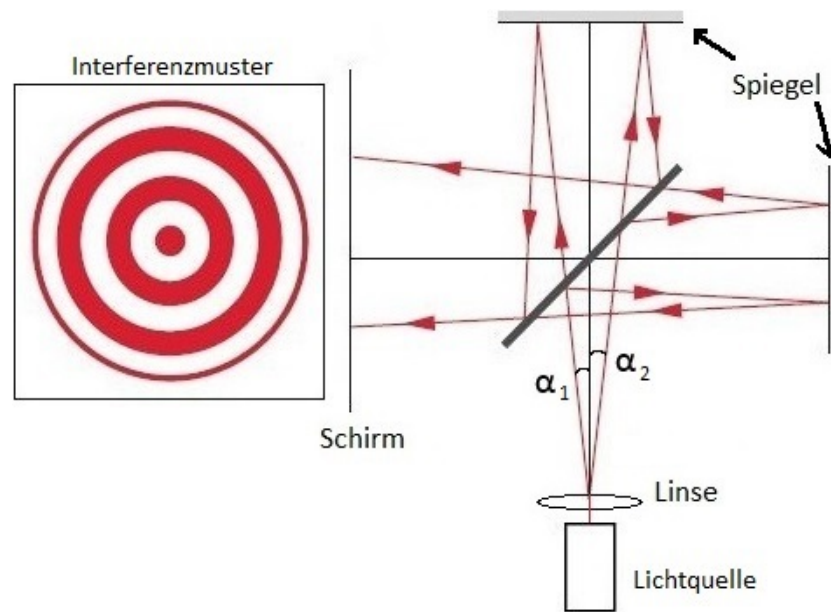


Abbildung 3: links: Interferenzmuster; rechts: zwei Strahlenverläufe im Michelson-Interferometer

Selbst wenn nun einer der beiden Spiegel über mehrere Meter verschoben wird, ist das Interferenzmuster durchgehend sichtbar. Das liegt daran, dass das von Lasern emittierte Licht eine sehr große Kohärenzlänge besitzt. Wie genau die Kohärenzlänge mit der Sichtbarkeit von Interferenzmustern zusammenhängt, wird im Folgenden erläutert.

### 3 Veranschaulichung von zeitlicher Kohärenz

#### 3.1 Vorbemerkung zur Kohärenz

Kohärenz ist eine Voraussetzung dafür, dass bei Interferenz zweier Wellen ein zeitlich stationäres Interferenzmuster sichtbar wird. Der Kohärenzbegriff wird in räumliche und zeitliche Kohärenz unterteilt. Da für den hier aufgeführten Aufbau des optischen Kohärenztomographen nur die zeitliche Kohärenz eine wesentliche Rolle spielt, soll diese hier genauer beschrieben und auch veranschaulicht werden. Im Michelson-Interferometer unterscheiden sich die beiden Teilwellen nur durch einen Gangunterschied  $\delta$  bzw. eine Laufzeitdifferenz  $\tau$ . Der Begriff der zeitlichen Kohärenz wird im Folgenden immer bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  definiert und lässt sich in drei Kategorien unterteilen. Das Licht einer Lichtquelle kann bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  entweder zeitlich kohärent, zeitlich partiell kohärent oder zeitlich inkohärent sein.

#### 3.2 Zeitliche Kohärenz beim Weißlicht-Michelson-Interferometer

Um eine Anschauung für den Begriff der zeitlichen Kohärenz zu gewinnen, wird im weiteren Verlauf eine LED, die breitbandiges weißes Licht emittiert, als Lichtquelle für das Michelson-Interferometer gewählt. Der Entstehungsvorgang von Licht ist ein komplizierter Vorgang. Er lässt sich bei einer solchen LED vereinfacht mithilfe atomarer Emittoren beschreiben, welche endliche Wellenzüge mit statistisch verteilten Phasen emittieren (vgl. Demtröder, 2013, S. 300). Die Phasensprünge zwischen den Wellenzügen entstehen durch zufällige Stöße der atomaren Emittoren untereinander. Zwischen den Phasensprüngen bilden sich sogenannte zeitlich kohärente Bereiche  $t_i$  aus (vgl. Abb. 4). Innerhalb dieser Bereiche breitet sich das Licht periodisch aus. Fünf solcher Phasensprünge sind in Abbildung 4 für die elektrische Feldstärke des Lichts einer hypothetischen LED durch schwarze Punkte markiert. Die durchschnittliche Zeit zwischen zwei Phasensprüngen wird als Kohärenzzeit  $\tau_c$  bezeichnet:

$$\tau_c = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}. \quad (7)$$

Aufbauend auf der Kohärenzzeit  $\tau_c$  wird die Kohärenzlänge durch

$$l_c := \tau_c \cdot c \quad (8)$$

definiert. Damit beschreiben sowohl die Kohärenzzeit  $\tau_c$  als auch die Kohärenzlänge  $l_c$  die mittlere Länge der zeitlich kohärenten Bereiche.

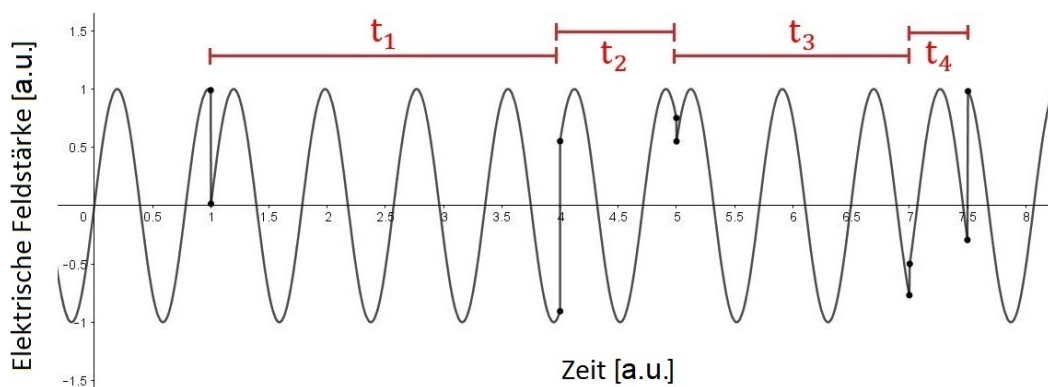


Abbildung 4: Darstellung von fünf Phasensprüngen und den zugehörigen zeitlich kohärenten Bereichen

Das Interferenzmuster das entsteht, wenn eine solche Welle auf ein Michelson-Interferometer trifft, kann graphisch in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$  bzw. des Gangunterschieds  $\delta$  dargestellt werden. Dafür muss einer der beiden Spiegel langsam bewegt werden, während eine Photodiode die Intensitätswerte in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$  bzw. des Gangunterschieds  $\delta$  registriert (vgl. Kapitel 2.2). Die Darstellung eines solchen Interferenzmusters wird als Interferogramm bezeichnet und ist in in Abbildung 5 zu sehen. Dort wird die konstante Intensität, die sich einstellt, wenn kein Interferenzmuster zu sehen ist, als Hintergrundintensität  $I_0$  bezeichnet. Die Schwankung der Intensitätswerte um den Wert der Hintergrundintensität  $I_0$  kann als eine Auslenkung um die Ruhelage betrachtet werden. Diese Auslenkung  $A$  ist auf der rechten Achse in Abbildung 5 aufgetragen. Gilt für die Laufzeitdifferenz  $\tau = 0$ , so überlagern sich zwei identische Wellen und es kommt zu konstruktiver Interferenz. Alle zeitlich kohärenten Bereiche  $t_i$  der beiden Wellen stehen dann komplett in einer festen Phasenbeziehung zueinander. Der sich einstellende Intensitätswert entspricht dann der Maximalintensität  $I_{Max}$  des sich einstellenden Interferenzmusters und auch die Auslenkung nimmt ihren Maximalwert  $A_{Max}$  an. Das Licht wird bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  als zeitlich kohärent bezeichnet. In Abbildung 5 ist dieser Bereich vereinfacht als brauner Punkt dargestellt.

Solange die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zwischen den Wellen nicht größer als die Kohärenzzeit  $\tau_c$  (also die mittlere Länge der zeitlich kohärenten Bereiche) ist, besteht überwiegend eine feste Phasenbeziehung zwischen den zeitlich kohärenten Bereichen. Die Intensitätsmaxima nehmen mit steigender Laufzeitdifferenz  $\tau$  immer kleinere Werte an, da die Anteile der zeitlich kohärenten Bereiche, die gleichzeitig konstruktiv interferieren können, immer kleiner werden. In diesem Fall wird das Licht bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich partiell kohärent genannt. In Abbildung 5 ist der Bereich, in dem das Licht bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich partiell kohärent ist, grün markiert. Die Größe dieses Bereichs hängt von der Kohärenzzeit  $\tau_c$  bzw. der Kohärenzlänge  $l_c$  der verwendeten LED ab.

Sind die zeitlich kohärenten Bereiche  $t_i$  im Mittel kürzer als die eingestellte Laufzeitdifferenz  $\tau$ , so überlagern sich auf dem Schirm überwiegend unterschiedliche zeitlich kohärente Bereiche. Der Einfluss der Phasensprünge ist nun so groß, dass die Intensitätsmaxima immer schlechter zu erkennen sind und schließlich gar nicht mehr von der Hintergrundintensität  $I_0$  unterschieden werden können (vgl. Abb 5). Das Licht ist dann bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich inkohärent und alle Intensitätswerte in diesem Teil des Interferenzmusters sind kleiner als die Hälfte der Maximalauslenkung  $\frac{A_{Max}}{2}$ . Diese Bereiche sind in Abbildung 5 blau markiert.

Es besteht ein fließender Übergang von zeitlich kohärentem Licht über zeitlich partiell kohärentes Licht bis hin zu zeitlich inkohärentem Licht. Dabei wird das zeitlich partiell kohärente Licht vom zeitlich inkohärenten Licht genau durch die Kohärenzzeit  $\tau_c$  bzw. die Kohärenzlänge  $l_c$  abgegrenzt. Das Interferenzmuster entsteht also durch Interferenz von drei Kategorien von Licht: Ein Teil des Interferenzmusters entsteht durch Interferenz von zeitlich kohärentem Licht (hier: braun); ein anderer Teil des Interferenzmusters entsteht durch Licht, das bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich partiell kohärent ist (hier: grün); und sogar Licht, das bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich inkohärent ist, spielt noch eine Rolle für einen Teil des Interferenzmusters (hier: blau).



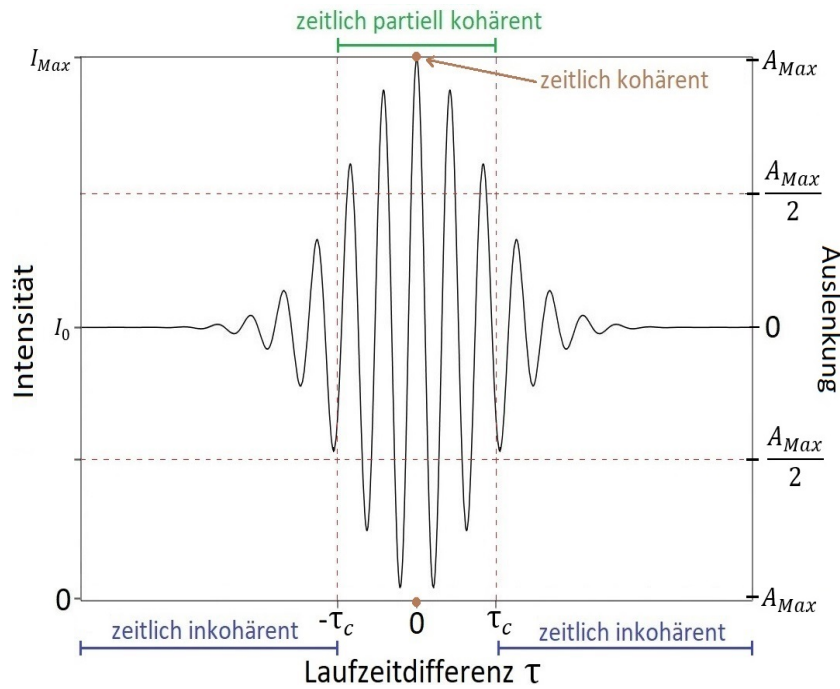


Abbildung 5: Interferogramm einer hypothetischen Lichtquelle

Die spektrale Leistungsdichte  $S(\omega)$  gibt die Leistung eines Signals in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega$  an. Die Kohärenzzeit  $\tau_c$  bzw. die Kohärenzlänge  $l_c$  sind Eigenschaften des Lichts einer Lichtquelle und können aus dem Verlauf der spektralen Leistungsdichte  $S(\omega)$  berechnet werden. Der Verlauf der spektralen Leistungsdichte wird in Abbildung 6 durch eine Gaußverteilung beschrieben und ist in Abhängigkeit der Frequenz dargestellt. Für Lichtquellen mit einer gaußförmigen spektralen Leistungsdichte gilt in guter Näherung

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta f} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi \cdot c}{\omega_0} \frac{\omega_0}{c \cdot \Delta\omega} = \lambda_0 \cdot \frac{\lambda_0}{c \cdot \Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{c \cdot \Delta\lambda}$$

$$l_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}, \quad (9)$$

wobei  $\omega_0$  die Hauptfrequenz,  $\Delta\omega$  die Frequenzbreite (die Breite bei der Hälfte der Maximalintensität),  $\lambda_0$  die Hauptwellenlänge und  $\Delta\lambda$  die spektrale Breite (die Breite bei der Hälfte der Maximalintensität) der Lichtquelle bezeichnen (vgl. Abb. 6).

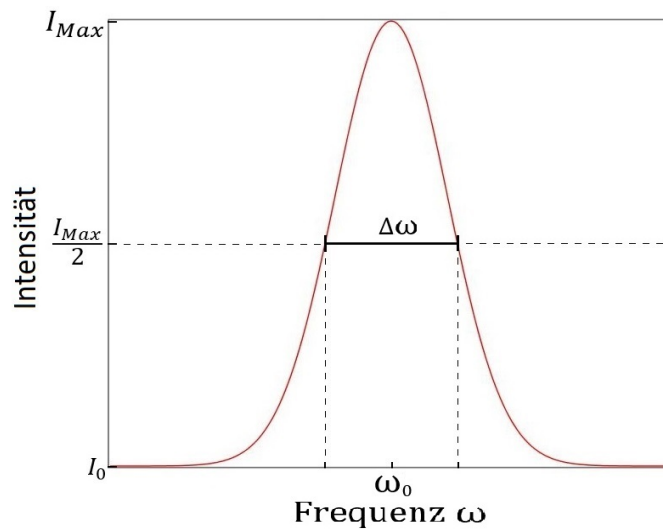


Abbildung 6: Gaußförmiger Verlauf der spektralen Leistungsdichte

Der zeitliche Kohärenzbegriff wird bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zwischen zwei identischen Wellen durch folgende äquivalente Aussagen unterteilt:

- Das Licht ist bezogen auf  $\tau$  zeitlich kohärent.  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzzeit  $\tau_c$  ist sehr viel größer als die Laufzeitdifferenz  $\tau$ . Es gilt:  $\tau_c \gg \tau$ .  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzlänge  $l_c$  ist sehr viel größer als der Gangunterschied  $\delta$ . Es gilt:  $l_c \gg \delta$ .  
 $\Rightarrow$  Dies beinhaltet insbesondere den Fall  $\tau = 0$  bzw.  $\delta = 0$ .
- Das Licht ist bezogen auf  $\tau$  zeitlich partiell kohärent.  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzzeit  $\tau_c$  ist mindestens so groß wie die Laufzeitdifferenz  $\tau$ . Es gilt:  $\tau_c \geq \tau$ .  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzlänge  $l_c$  ist mindestens so groß, wie der Gangunterschied  $\delta$ . Es gilt:  $l_c \geq \delta$ .
- Das Licht ist bezogen auf  $\tau$  zeitlich inkohärent.  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzzeit  $\tau_c$  ist kleiner als die Laufzeitdifferenz  $\tau$ . Es gilt:  $\tau_c < \tau$ .  $\Leftrightarrow$  Die Kohärenzlänge  $l_c$  ist kleiner als der Gangunterschied  $\delta$ . Es gilt:  $l_c < \delta$ .

Die im hier verwendeten Aufbau zur optischen Kohärenztomographie genutzte LED, hat näherungsweise eine gaußförmige spektrale Leistungsdichte mit einer Hauptwellenlänge  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$  und einer spektralen Breite  $\Delta\lambda = 125 \text{ nm}$ . Daraus ergibt sich die Kohärenzlänge der Weißlicht-LED nach Formel (9) zu  $l_c = 2,88 \mu\text{m}$ . Der Aufbau ist daher so konzipiert, dass die Spiegel im Mikrometer-Bereich bewegt werden können. Die Kohärenzlänge bei dem in Kapitel 2.2 beschriebenen Laser liegt dagegen mindestens bei mehreren Metern. Daher spielt beim laserbetriebenen Michelson-Interferometer die Position der Spiegel im Rahmen einiger Meter keine Rolle für die Sichtbarkeit des Interferenzmusters. Das ist ein wesentlicher Unterschied zwischen dem laserbetriebenen Michelson-Interferometer und dem Weißlicht-Michelson-Interferometer. Die kleine Kohärenzlänge der Weißlicht-LED bietet für die optische Kohärenztomographie nun einen entscheidenden Vorteil, der im folgenden Kapitel erläutert wird.

## 4 Optische Kohärenztomographie

### 4.1 Aufbau und Funktionsweise des optischen Kohärenztomographen

Ausgehend vom Michelson-Interferometer (s. Abb. 2) wird der optische Kohärenztomograph um einen Mikroskopteil, bestehend aus einer Kamera und zwei Linzen zur Vergrößerung ergänzt. Des Weiteren wird einer der beiden Spiegel durch eine bewegliche Probe ersetzt, welche reflektierende Grenzflächen im Inneren besitzt. In Abbildung 7 ist ein Foto des vollständigen Aufbaus des optischen Kohärenztomographen, wie er im Praktikum verwendet wird, gezeigt. Die blauen Zahlen kennzeichnen die Bauteile des Michelson-Interferometers, während die grünen Zahlen die Bauteile des Mikroskops und die rote Zahl die Lichtquelle markieren. Der Aufbau besteht aus einer LED (1), einem Strahlteiler (2), einem beweglichen Verfahrtsch mit daran befestigtem Referenzspiegel (3), einem Probenhalter (4) auf einem beweglichen Verfahrtsch (welcher im Folgenden als motorisierte Stage (5) bezeichnet wird), einer Linse mit  $f_1 = 75 \text{ mm}$  (6), einer Linse mit  $f_2 = 200 \text{ mm}$  (7) und einer Kamera (8).

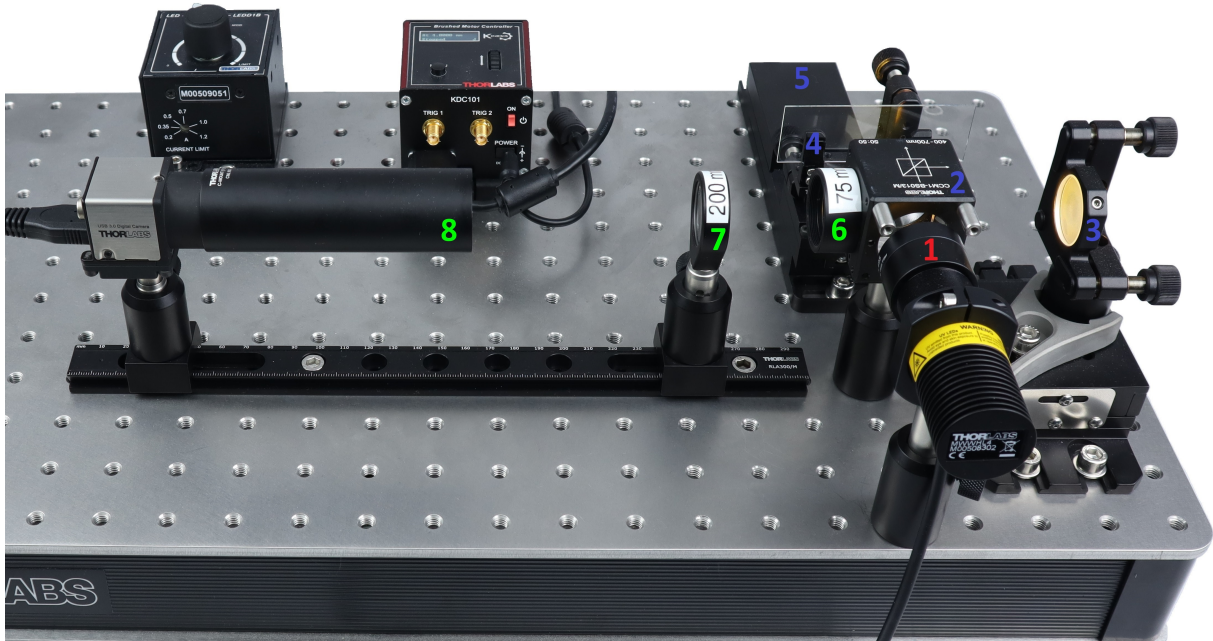


Abbildung 7: Aufbau des im Praktikum verwendeten optischen Kohärenztomographen

Der Strahlenverlauf ist zusätzlich in Abbildung 8 in einer Aufbauskizze des optischen Kohärenztomographen zu sehen. Die Probe besitzt dabei jeweils genau eine reflektierende Grenzfläche in ihrem Inneren. Der Abstand vom Referenzspiegel zum Strahlteiler wird als  $x_r$  bezeichnet. Dabei befindet sich die Probengrenzfläche rechts in Abbildung 8 im Abstand  $x_r + \Delta x$ , während sie links in Abbildung 8 exakt den gleichen Abstand zum Strahlteiler einnimmt wie der Referenzspiegel. Solange sich der Abstand von einer Probengrenzfläche zum Strahlteiler um höchstens die halbe Kohärenzlänge von der Referenzstrecke  $x_r$  unterscheidet, ist ein Teil des Interferenzmusters „gut sichtbar“<sup>1</sup> und kann von der Kamera aufgenommen werden. Es gilt also  $\Delta x \leq \frac{l_c}{2}$  und die elektromagnetischen Wellen haben, da sie die Interferometerarme zweimal durchlaufen, maximal einen Gangunterschied  $\delta \leq 2 \cdot \Delta x = l_c$  zueinander. Die Laufzeitdifferenz  $\tau$  wird dann nicht größer

<sup>1</sup>Wenn Licht bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  entweder zeitlich partiell kohärent oder zeitlich kohärent ist, wird das Interferenzmuster im Folgenden als „gut sichtbar“ bezeichnet. Dabei bedeutet „gut sichtbar“, dass das Interferenzmuster in diesem Bereich einen höheren Kontrast besitzt, als in den Bereichen des Interferenzmusters, in welchen das Licht zeitlich inkohärent ist (vgl. Abb. 5).

als die Kohärenzzeit  $\tau_c$  und das Licht ist bezogen auf diese Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich partiell kohärent (vgl. grauer Kasten in Kapitel 3.2). Ist  $\Delta x = 0$ , wie links in Abbildung 8, so ist das Licht sogar zeitlich kohärent. Nur für den Fall, dass der Unterschied der Armlängen  $\Delta x$  größer als  $\frac{1}{2} \tau_c$  ist, ist das Interferenzmuster nicht mehr „gut sichtbar“ und das Licht ist bezogen auf  $\tau$  zeitlich inkohärent.

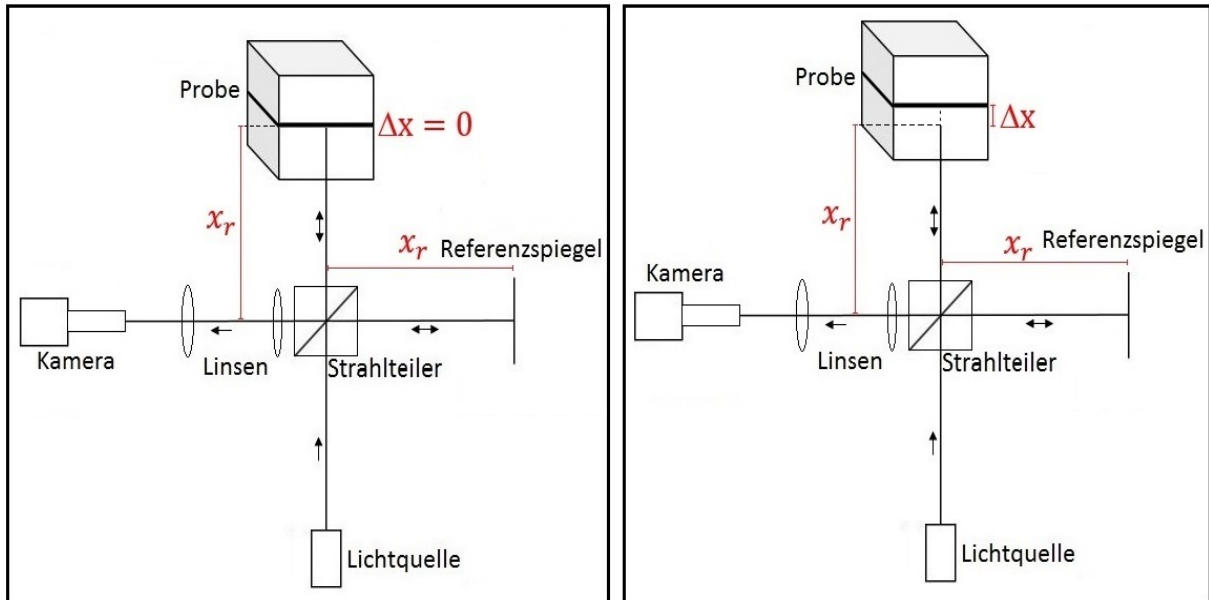


Abbildung 8: Aufbauskinne des optischen Kohärenztomographen  
links: Armlängen sind identisch; rechts: Armlängen unterscheiden sich um  $\Delta x$

Sind alle Bauteile perfekt justiert, sollte anstelle eines Interferenzmusters bei konstruktiver Interferenz ein gleichmäßig ausgeleuchteter, heller Bereich registriert werden (genau wie beim Laser in Kapitel 2.2). Im Falle von destruktiver Interferenz wäre dieser Bereich dunkel. Doch in der Praxis reicht beispielsweise schon die kleinste Verkippung des Referenzspiegels aus, dass sich das Licht innerhalb eines Interferometerarms aufteilt und unterschiedliche Strecken in Abhängigkeit des Kippwinkels zurücklegt. Aber auch die Probe selbst, kann schief justiert sein oder Grenzflächen besitzen, die nicht senkrecht zum einfallenden Licht stehen. Die Verkippung von Bauteilen hat nun einen größeren Einfluss auf das Interferenzmuster, da die LED einen größeren Ausleuchtungsbereich als der Laser besitzt. Das führt dazu, dass ein streifenförmiges Interferenzmuster sichtbar wird, falls die Armlängen der Interferometerarme richtig eingestellt sind (s. Abb. 9). In Abbildung 9 ist ein Teil des Interferenzmusters zu sehen, das entsteht, wenn der Referenzspiegel horizontal verkippt wird. Dort wird das Interferenzmuster in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenzen  $\tau_x$  in x-Richtung und  $\tau_y$  in y-Richtung dargestellt. Entlang der y-Achse ist fast keine Änderung des Interferenzmusters erkennbar, was darauf hinweist, dass die Bauteile in vertikaler Orientierung sehr genau justiert sind. Die Laufzeitdifferenz  $\tau_x$  hängt währenddessen vom Kippwinkel des Referenzspiegels ab.

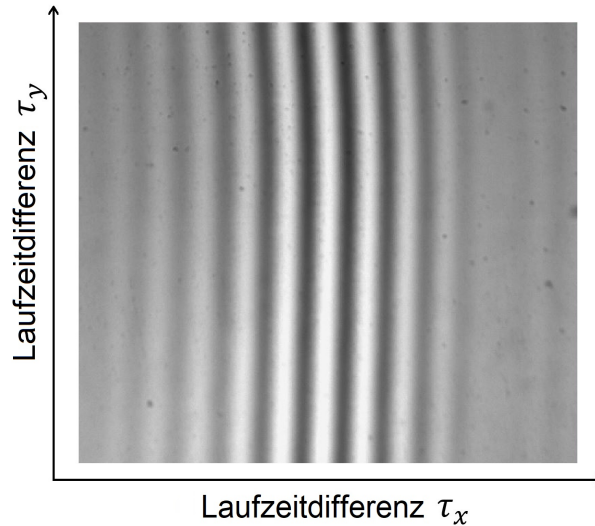


Abbildung 9: Aufnahme eines Interferenzmusters

Da in diesem Aufbau ein streifenförmiges Interferenzmuster zu sehen ist, wenn sich eine Probengrenzfläche im richtigen Bereich befindet, wird für die Vermessung eines Interferenzmusters keine Photodiode (wie in Kapitel 2.2) benötigt. Stattdessen wird die Probe mit konstanter Geschwindigkeit auf den Strahlteiler zubewegt, während die Kamera mit einer konstanten Aufnahme­frequenz Bilder aufnimmt. Dadurch ergibt sich während einer Aufnahme, jeweils im Abstand von  $\Delta x_0 = 75 \text{ nm}$ , ein Bild, auf dem entweder ein Interferenzmuster „gut sichtbar“ ist, oder nicht. Das hängt davon ab, ob sich in der Probe eine Grenzfläche befindet, deren Abstand zum Strahlteiler im Intervall  $I = [x_r - \frac{l_c}{2}, x_r + \frac{l_c}{2}]$  liegt.<sup>2</sup> Softwarebedingt können in einer Messung höchstens 820 Bilder gespeichert werden, was zu einer maximalen axialen Scantiefe von knapp  $62 \mu\text{m}$  führt. Daraus ergeben sich Einschränkungen an die Auswahl von Proben, die sich für eine Messung mit dem optischen Kohärenztomographen eignen.

Aus den aufgenommenen Bildern können Rückschlüsse über die Form und Ausrichtung von Grenzflächen in der Probe gezogen werden. Durch ein geeignetes Bildgebungsverfahren kann die Probe, mit ihren Grenzflächen im Inneren, dreidimensional dargestellt werden.

## 4.2 Bildgebungsverfahren

### 4.2.1 Aufnahme von Interferogrammen

Die, wie in Kapitel 4.1 beschrieben, aufgenommenen Bilder werden zunächst übereinander gelegt, um vorerst in allen Bildern das jeweils gleiche Pixel zu betrachten. Befindet sich eine Probengrenzfläche im Intervall  $I = [x_r - \frac{l_c}{2}, x_r + \frac{l_c}{2}]$ , so ist auf den Bildern ein gut sichtbares Interferenzmuster erkennbar. Für das ausgewählte Pixel ändern sich dann die Intensitätswerte in Abhängigkeit der Probenposition sehr stark. Wenn auf den Bildern kein Interferenzmuster zu sehen ist, so bleiben die Intensitätswerte des ausgewählten Pixel nahezu konstant. Die Intensitätswerte werden nun in Abhängigkeit der Probenposition aufgetragen, wodurch sich an allen vorhandenen Grenzflächen, die sichtbares Licht reflektieren, jeweils ein Interferogramm für das ausgewählte Pixel

<sup>2</sup>Für eine anschaulichere Beschreibung des Funktionsprinzips der optischen Kohärenztomographie, wird in diesem Kapitel vernachlässigt, dass sich das Licht im Probenmedium langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Der Einfluss des Brechungsindex im Probenmedium wird also vernachlässigt. In der Realität befindet sich das Intervall  $I$ , in dem das Interferenzmusters „gut sichtbar“ ist, etwas näher am Strahlteiler als der Referenzspiegel. Mit Ausnahme von Kapitel 4.3, wird der Einfluss des Probenmediums auch in allen weiteren Kapiteln vernachlässigt.

ergibt. Drei Interferogramme, die für ein Pixel aus den Bildern entstehen, wenn sich eine Probe mit einer Oberfläche und zwei Grenzflächen in ihrem Inneren mit konstanter Geschwindigkeit auf den Strahlteiler zubewegt, sind in Abbildung 10 zu sehen. Des Weiteren ist in rot die zugehörige Einhüllende abgebildet.

Wenn sich eine Grenzfläche im gleichen Abstand zum Strahlteiler befindet wie der Referenzspiegel, soll das aus der Bearbeitung resultierende Bild, hell dargestellt werden. Ist dies nicht der Fall, so sollen die Bilder dunkel bleiben. Dann ergibt sich durch Übereinanderlegen aller Bilder eine sinnvolle dreidimensionale Darstellung der Grenzflächen. Da sich die Intensitätswerte innerhalb eines Interferogramms sehr stark ändern, ist das Interferogramm für eine dreidimensionale Darstellung unzureichend. Wird allerdings zu jedem Interferogramm die Einhüllende berechnet, so können die Einhüllenden für die Darstellung der Grenzflächen genutzt werden. Zur Berechnung der Einhüllenden gibt es prinzipiell viele Möglichkeiten, wobei im Folgenden eine Variante vorgestellt wird, die einen guten Kompromiss zwischen Rechenaufwand und Genauigkeit darstellt.

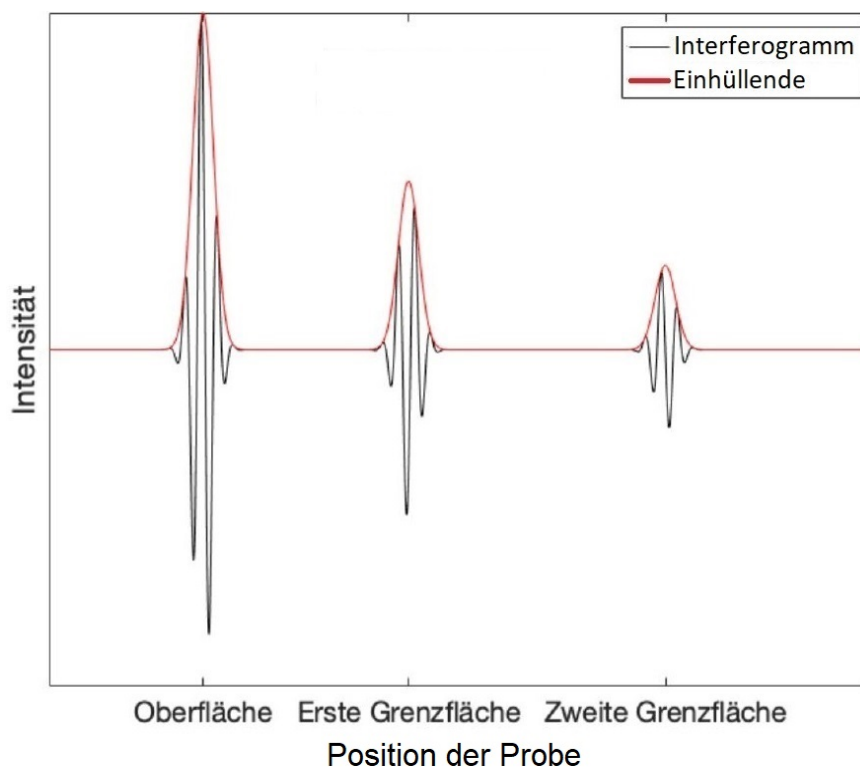


Abbildung 10: Drei Interferogramme und deren Einhüllenden bei einer hypothetischen Probe

#### 4.2.2 4-Bild-Verfahren

Zur Berechnung der Einhüllenden eines beliebigen Interferogramms wird ein Differenzbildverfahren gewählt. Die Aufnahmefrequenz der Kamera wird so eingestellt, dass die Verfahrstrecke der Probe zwischen zwei Bildern jeweils  $\Delta x_0 = 75 \text{ nm}$  beträgt. Da das Licht die Verfahrstrecke zweimal durchlaufen muss, stellt sich im Lichtweg jeweils ein Gangunterschied  $\delta_0 = 150 \text{ nm}$  zwischen den Wellenpaketen der beiden Interferometerarme ein. Der Gangunterschied  $\delta_0$  entspricht nun genau einem Viertel der Hauptwellenlänge der LED  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ .

Zur Berechnung der Einhüllenden eines Interferogramms werden nun aus vier aufeinanderfolgenden Bildern von einem ausgewählten Pixel die Intensitätswerte  $[I_1, I_2, I_3, I_4]$  herangezogen.

Daraus kann nun die Differenzintensität  $I_{D1}$  nach folgender Vorschrift berechnet werden:

$$I_{D1} = \frac{|I_1 - I_3| + |I_2 - I_4|}{2}. \quad (10)$$

Der nächste Differenzintensitätswert  $I_{D2}$  ergibt sich aus  $[I_2, I_3, I_4, I_5]$ . Werden nun alle Werte  $I_{Di}$  in Abhängigkeit der Probenposition aufgetragen, so ergibt sich näherungsweise die Einhüllende eines beliebigen Interferogramms. Dies liegt daran, dass der Abstand zwischen zwei Maxima im Interferogramm gerade der Hauptwellenlänge der Lichtquelle  $\lambda_0$  entspricht. Der Gangunterschied im Lichtweg zwischen  $I_1$  und  $I_3$  beziehungsweise  $I_2$  und  $I_4$  entspricht genau der halben Hauptwellenlänge  $\delta = \frac{\lambda_0}{2}$ . Im besten Fall wird also in Bereichen, in denen ein Interferenzmuster zu sehen ist, durch das 4-Bild-Verfahren, ein Maximalwert von einem Minimalwert abgezogen. In anderen Bereichen, in denen eine konstante Hintergrundintensität registriert wird, ergibt sich durch das Differenzbildverfahren der Wert 0 für die Einhüllende. In Abbildung 11 ist ein einzelnes Interferogramm dargestellt. In rot markiert ist die Einhüllende, die näherungsweise über das 4-Bild-Verfahren bestimmt wurde. Dabei ist zu beachten, dass die Einhüllende im Nachhinein nach oben verschoben und mit einem konstanten Faktor gestreckt wurde, um besser mit dem Interferogramm in schwarz verglichen werden zu können.

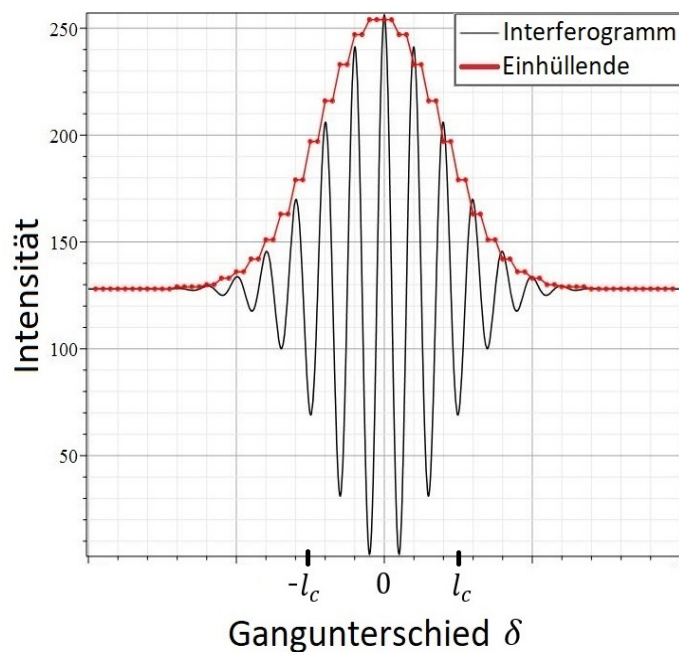


Abbildung 11: Interferogramm und Einhüllende, die mithilfe des 4-Bild-Verfahrens berechnet wurde

In der hier verwendeten full-field-OCT Variante, werden die Pixel nicht einzeln abgerastert, sondern von der Kamera in kompletten Bildern aufgenommen und mithilfe eines Matlab-Skripts (s. Anhang C) nach Vorschrift (10) für jedes Pixel direkt voneinander abgezogen. Schließlich werden die Bilder übereinander gelegt und ergeben mithilfe geeigneter Software eine dreidimensionale Darstellung der Probe.

### 4.3 Der Einfluss des Probenmediums auf eine Messung

Wird eine Probe mit dem optischen Kohärenztomographen untersucht, so hat diese in ihrem Inneren im Allgemeinen einen anderen Brechungsindex als Luft. Dies führt dazu, dass sich das Licht in der Probe nicht mehr, wie im Referenzarm, mit Lichtgeschwindigkeit  $c_0$ , sondern mit einer kleineren Geschwindigkeit  $c_n = \frac{c_0}{n}$  ausbreitet, wobei  $n > 1$  den Brechungsindex des Probenmediums bezeichnet. Dadurch gibt es einen Gangunterschied zwischen den Teilwellen, selbst wenn beide Interferometerarme exakt gleich lang sind. Aussagen über die realen Abstände von Grenzflächen in der Probe oder die reale Länge der Probe selbst können nur dann gemacht werden, wenn der Brechungsindex des untersuchten Probenmediums bekannt ist. Im Folgenden wird eine Probe betrachtet, bei der nur die Vorder- und Rückseite sichtbares Licht reflektieren. Ein leerer Objektträger stellt eine solche Probe dar.

In einer Messung mit dem optischen Kohärenztomographen wird mit dem Probentisch zunächst die Position angesteuert, in der die Vorderseite der Probe den gleichen Abstand zum Strahlteiler einnimmt wie der Referenzspiegel. Wenn diese Position erreicht wird, ist im Kamerabild ein Interferenzmuster zu sehen (vgl. Abb. 9). Die Probe, die sich auf dem Probentisch befindet, wird nun solange auf den Strahlteiler zubewegt, bis wieder ein Interferenzmuster sichtbar wird. Dieses Mal ist die Rückseite der Probe dafür verantwortlich, dass ein Interferenzmuster sichtbar wird. Die Strecke, die die Probe dabei insgesamt bewegt wird, wird als  $x_{mess}$  bezeichnet und entspricht nicht der realen Länge der Probe. Das Licht breitet sich im Probenmedium mit einer Geschwindigkeit  $c_n$  aus und ist damit um einen Faktor  $n$  langsamer als die Lichtgeschwindigkeit  $c_0$ . Da der Lichtweg innerhalb des Probenmediums länger ist als im Referenzarm an Luft, ist die Wegstrecke  $x_{mess}$ , um die die Probe verfahren werden muss, um Interferenz an der Probenrückseite zu erhalten, um einen Faktor  $n$  länger als die reale Länge der Probe  $x_{real}$ . Die reale Probenlänge kann daher, wenn der Brechungsindex  $n$  des Probenmediums bekannt ist, über

$$x_{real} = \frac{x_{mess}}{n} \quad (11)$$

bestimmt werden.



## 5 Theoretische Zusammenhänge von Kohärenz und Interferenz

Im Folgenden werden die Zusammenhänge von zeitlicher Kohärenz und der Sichtbarkeit von Interferenzmustern aus theoretischer Sicht betrachtet. Dafür wird eine allgemeine Betrachtungsweise von Licht im Michelson-Interferometer herangezogen. In dieser Betrachtungsweise wird das Licht durch ein Wellenpaket mit einer beliebigen komplexwertigen Feldstärkeverteilung beschrieben. Für dieses Wellenpaket wird im Folgenden die aus der Interferenz resultierende Intensitätsverteilung hergeleitet und in Abhängigkeit des zeitlichen Kohärenzgrades betrachtet.

### 5.1 Interferenz im Michelson-Interferometer

Nach der Reflexion an den Spiegeln werden zwei, bis auf eine Laufzeitdifferenz  $\tau$ , identische Wellenpakete im Strahlteiler zusammengeführt. Dabei gilt für die elektrische Feldstärke der Welle im ersten Arm  $E(\vec{r}, t)$ , während die elektrische Feldstärke der Welle im zweiten Arm durch  $E(\vec{r}, t + \tau)$  beschrieben wird. Die Intensität der Wellenpakete lässt sich dann wie in Born (1999, S. 288) als

$$I_1(\vec{r}) = \langle |E(\vec{r}, t)|^2 \rangle \quad \text{und} \quad I_2(\vec{r}) = \langle |E(\vec{r}, t + \tau)|^2 \rangle \quad (12)$$

schreiben, wobei die eckigen Klammern  $\langle f(t) \rangle$  als die zeitliche Mittelung einer Funktion  $f(t)$  über alle Zeiten  $t$  als

$$\langle f(t) \rangle := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) dt \quad (13)$$

definiert sind. Die Intensität  $I(\vec{r})$ , welche aus der Interferenz der beiden Wellenpakete in einem Punkt  $\vec{r}$  resultiert, ist durch

$$\begin{aligned} I(\vec{r}) &= \langle |E(\vec{r}, t) + E(\vec{r}, t + \tau)|^2 \rangle \\ &= \langle |E(\vec{r}, t)|^2 \rangle + \langle |E(\vec{r}, t + \tau)|^2 \rangle + \langle E^*(\vec{r}, t) \cdot E(\vec{r}, t + \tau) \rangle + \langle E(\vec{r}, t) \cdot E^*(\vec{r}, t + \tau) \rangle \\ &= I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + \langle E^*(\vec{r}, t) \cdot E(\vec{r}, t + \tau) \rangle + \langle E(\vec{r}, t) \cdot E^*(\vec{r}, t + \tau) \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

gegeben. Dabei bezeichnet  $E^*(\vec{r}, t)$  die komplexe Konjugation der komplexwertigen elektrischen Feldstärke  $E(\vec{r}, t)$ . An dieser Stelle ist es wichtig, dass die beiden hinteren Summanden mathematisch jeweils durch die so genannte Autokorrelationsfunktion

$$\begin{aligned} G(\tau) &:= \langle E^*(\vec{r}, t) \cdot E(\vec{r}, t + \tau) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E^*(\vec{r}, t) \cdot E(\vec{r}, t + \tau) dt \end{aligned} \quad (15)$$

beschrieben werden können.

## 5.2 Die Autokorrelationsfunktion

In der Signalanalyse gibt die Autokorrelationsfunktion an, wie ähnlich ein Signal nach einer Verschiebung zu sich selbst ist. Davon ausgehend werden hier zwei Wellen, die sich nur durch eine Verschiebung unterscheiden, miteinander verglichen. Diese Verschiebung entspricht hier gerade der Laufzeitdifferenz  $\tau$ . Als Ergebnis gibt die Autokorrelationsfunktion einen Wert in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$  an, welcher ein Maß für die Ähnlichkeit (Korrelation) der Wellen zueinander ist. Das heißt, je größer der Wert der Autokorrelationsfunktion  $G(\tau)$  ist, desto ähnlicher sind sich die Wellen.

Im Folgenden wird die Entstehung der Autokorrelationsfunktion eines reellen Rechtecksignals beschrieben. In Abbildung 12 wird jeweils auf der linken Seite der Wert der Autokorrelationsfunktion in Abhängigkeit der Verschiebung  $\tau$  durch einen roten Punkt dargestellt. Für die Berechnung wird immer das grüne Rechtecksignal verschoben und anschließend mit dem blauen Rechtecksignal, das sich nicht ändert, multipliziert. Abschließend wird über das Produkt der beiden Signale integriert. In diesem Fall entsprechen die Werte der Autokorrelationsfunktion jeweils gerade den rechts in Abbildung 12 rot markierten Flächeninhalten. Drei mögliche Werte die sich für die Autokorrelationsfunktion ergeben, sind in Abbildung 12 übereinander dargestellt. Wird das oben beschriebene Integral für alle Verschiebungen berechnet, so ergibt sich die Autokorrelationsfunktion  $G(\tau)$  in Abhängigkeit der Verschiebung  $\tau$ . Diese Autokorrelationsfunktion kann prinzipiell für beliebige und insbesondere auch für komplexwertige Funktionen berechnet werden. Die Berechnung folgt dann Formel (15).

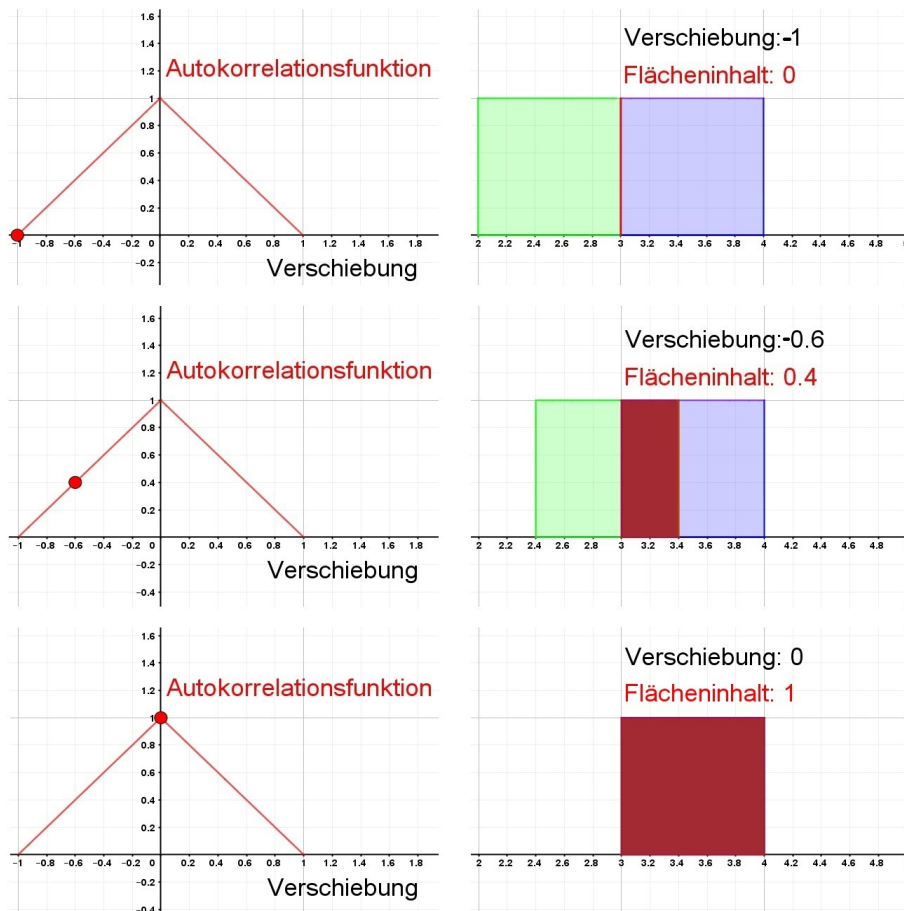


Abbildung 12: Entstehung der Autokorrelationsfunktion eines Rechtecksignals

### 5.3 Kohärenz im Michelson-Interferometer

Für die Intensitätsverteilung aus (15) folgt nun durch Einsetzen der komplexwertigen Autokorrelationsfunktion

$$\begin{aligned} I(\vec{r}) &= I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + G(\tau) + G^*(\tau) \\ &= I_0(\vec{r}) + 2 \cdot \Re(G(\tau)), \end{aligned} \quad (16)$$

wobei  $I_0(\vec{r}) := I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r})$  die konstante Hintergrundintensität und  $\Re(G(\tau))$  den Realteil der Autokorrelationsfunktion darstellen. Durch die Tatsache, dass sich der Realteil einer komplexen Zahl durch  $\Re(z) = |z| \cdot \cos(\varphi)$  darstellen lässt, kann die Intensitätsverteilung aus (16) als

$$I(\vec{r}) = I_0(\vec{r}) + 2|G(\tau)| \cdot \cos(\Delta\varphi) \quad (17)$$

geschrieben werden, wobei  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$  die Phasendifferenz zwischen den Teilwellen bezeichnet, der ein Gangunterschied  $\delta$  bzw. eine Laufzeitdifferenz  $\tau$  zugrunde liegt. Anschließend kann die Autokorrelationsfunktion  $G(\tau)$  normiert werden, wodurch der zeitliche Kohärenzgrad

$$g(\tau) := \frac{G(\tau)}{|G(0)|} = \frac{G(\tau)}{\sqrt{I_1(\vec{r}) \cdot I_2(\vec{r})}} \quad (18)$$

definiert wird. Wird die Definition des zeitlichen Kohärenzgrades (18) in Gleichung (17) eingesetzt, so ergibt sich abschließend die Intensitätsverteilung des Interferenzmusters im Michelson-Interferometer zu

$$I(\vec{r}) = I_0(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1(\vec{r}) \cdot I_2(\vec{r})} \cdot |g(\tau)| \cdot \cos(\Delta\varphi). \quad (19)$$

Der hintere Summand in Gleichung (19), der ausschlaggebend für die Form des Interferenzmusters ist, hängt im Wesentlichen vom Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  ab. Dabei beschreibt  $|g(\tau)|$  gerade die Form der Einhüllenden des Interferenzmusters und ist dafür verantwortlich, wie schnell das Interferenzmuster abklingt. Ausgehend von einem Interferogramm wie in Abbildung 5, das den Verlauf des Interferenzmusters beschreibt, ist in Abbildung 13 ein Interferogramm gemeinsam mit seiner Einhüllenden in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$  abgebildet. In dieser Grafik sind analog zu Abbildung 5 verschiedene Bereiche im Interferenzmuster markiert.

Gilt für die Laufzeitdifferenz  $\tau = 0$ , so ist das Licht bezogen auf  $\tau$  zeitlich kohärent. Im Interferenzmuster ist diese Stelle braun gekennzeichnet. Die beiden Wellen, die dann konstruktiv interferieren, sind identisch und weisen damit die größte Korrelation zueinander auf, weshalb für den Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)| = 1$  gilt.

Ist die Kohärenzzeit  $\tau_c$  mindestens so groß wie die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zwischen den Wellen, so ist das Licht bezogen auf  $\tau$  zeitlich partiell kohärent (grün markierter Bereich in Abbildung 13). Der Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  kann in diesem Fall Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Je größer  $|g(\tau)|$  ist, desto ähnlicher sind sich die Wellen. Mit steigender Laufzeitdifferenz  $\tau$  sinkt  $|g(\tau)|$  immer weiter ab.

Ist die Kohärenzzeit  $\tau_c$  kleiner als die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zwischen den Wellen, so ist das

Licht bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich inkohärent. Für den Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades gilt dann  $|g(\tau)| = 0$  und die beiden Wellen sind unkorreliert. Alle Intensitätswerte im Interferenzmuster sind dann so klein, dass die Auslenkungen um die Ruhelage kleiner als  $\frac{A_{Max}}{2}$  sind. Diese Werte liegen im blau markierten Bereich in Abbildung 13.

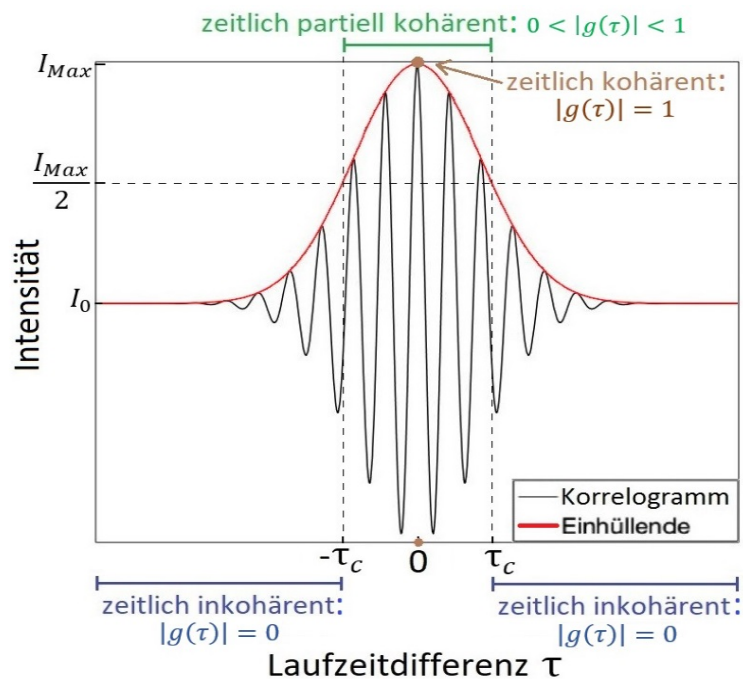


Abbildung 13: Interferenzmuster und Einhüllende in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$

Der zeitliche Kohärenzgrad gibt die Ähnlichkeit von zwei Wellen an, die sich nur durch eine Laufzeitdifferenz  $\tau$  unterscheiden. Der Betrag des zeitliche Kohärenzgrades kann alle Werte aus dem Intervall  $I=[0,1]$  annehmen. Dabei gelten folgende äquivalente Aussagen:

- $|g(\tau)| = 1 \Leftrightarrow \tau_c \gg \tau \Leftrightarrow$  Das Licht ist bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich kohärent.  
 $\Rightarrow$  Insbesondere sind für  $\tau = 0$  beide Wellen identisch und damit maximal ähnlich zueinander.
- $0 < |g(\tau)| < 1 \Leftrightarrow \tau_c \geq \tau \Leftrightarrow$  Das Licht ist bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich partiell kohärent.
- $|g(\tau)| = 0 \Leftrightarrow \tau_c < \tau \Leftrightarrow$  Das Licht ist bezogen auf die Laufzeitdifferenz  $\tau$  zeitlich inkohärent.

Die Sichtbarkeit des Interferenzmusters hängt damit vom Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades ab. Gilt  $|g(\tau)| = 1$ , so ist das Interferenzmuster am besten sichtbar. Mit fallendem  $|g(\tau)|$  nimmt die Sichtbarkeit des Interferenzmusters ab. Ist  $|g(\tau)| = 0$ , so sind alle Auslenkungen kleiner als  $\frac{A_{Max}}{2}$  (vgl. Abb. 13). Dieser Teil des Interferenzmusters besitzt den schlechtesten Kontrast und kann mit steigender Laufzeitdifferenz  $\tau$  irgendwann gar nicht mehr von der Hintergrundintensität  $I_0$  unterschieden werden.

## 5.4 Das Wiener-Khintchin-Theorem

Für eine Lichtquelle mit gaußförmiger spektraler Leistungsdichte wie in Abbildung 6, hat auch der Verlauf des Betrags des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  die Form einer Gaußverteilung. Dieser Verlauf ist in dieser Grafik in Abhängigkeit der Laufzeitdifferenz  $\tau$  zu sehen (s. Abb. 14).

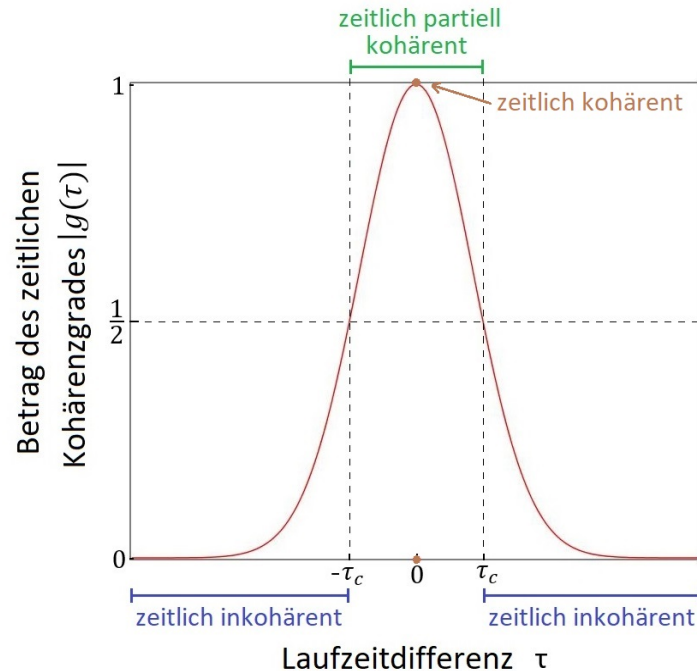


Abbildung 14: Verlauf des zeitlichen Kohärenzgrades bei einer gaußförmigen Lichtquelle

Dieser Zusammenhang wird durch das Wiener-Khintchin-Theorem belegt, welches besagt, dass sich die Autokorrelationsfunktion  $G(\tau)$  durch Fouriertransformation aus der spektralen Leistungsdichte  $S(\omega)$  ergibt (vgl. Born, 1999, S. 568). Demnach gilt also:

$$G(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{-i\omega\tau} d\omega. \quad (20)$$

Da die Fouriertransformation einer Gaußverteilung wieder eine Gaußverteilung ergibt, muss bei einer LED mit gaußförmiger spektraler Leistungsdichte auch der Betrag der Autokorrelationsfunktion  $|G(\tau)|$  und damit auch der Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)| = \frac{|G(\tau)|}{G(0)}$  eine Gaußform annehmen.

Die Form des Interferogrammes, das an einer Grenzfläche entsteht, wird in Gleichung (19) mathematisch beschrieben. Dabei hängt die Form der Einhüllenden dieses Interferogrammes, direkt von  $|g(\tau)|$  ab. Da dem Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  eine Gaußform zugrunde liegt, muss auch die Einhüllende des Interferogramms durch eine Gaußverteilung beschrieben werden können. In Abbildung 15 sind diese Zusammenhänge noch einmal graphisch dargestellt.

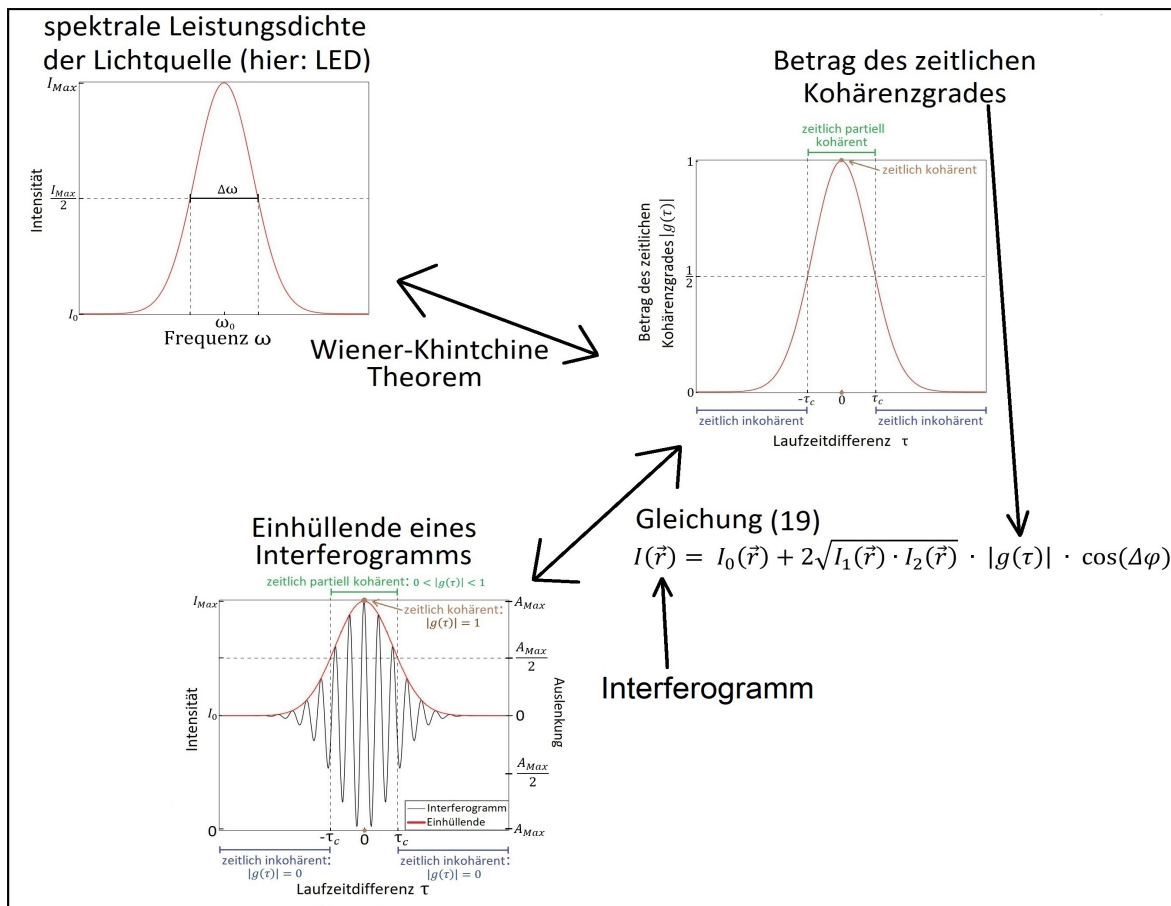


Abbildung 15: Graphische Darstellung der Zusammenhänge von spektraler Leistungsdichte, Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades und der Einhüllenden eines Interferogramms

Die Kohärenzlänge  $l_c$  kann aus den Gaußverteilungen der spektralen Leistungsdichte  $S(\omega)$ , dem Betrag des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  und der Einhüllenden eines Interferogramms bestimmt werden:

- Für Lichtquellen mit gaußförmiger spektraler Leistungsdichte gilt nach (9):  $l_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ .
- Die Kohärenzlänge  $l_c$  ergibt sich aus der halben Halbwertsbreite der Einhüllenden eines Interferogramms (s. Abb. 11).
- Die Kohärenzzeit  $\tau_c$  entspricht der halben Halbwertsbreite des Betrags des zeitlichen Kohärenzgrades  $|g(\tau)|$  und ergibt die Kohärenzlänge mittels  $l_c = c \cdot \tau_c$  (s. Abb. 14).